

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό σελ.28

A2. Σχολικό σελ. 87

A3.

Α. Λάθος

Β. Σωστό

Γ. Λάθος

A4. A. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

B. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β

B1. $\bar{x} = \frac{25+10+5+20+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$ και $R = 25 - 5 = 20$

B2. $s^2 = \frac{(25-15)^2 + (10-15)^2 + (5-15)^2 + (20-15)^2 + (15-15)^2}{5} = \frac{100+25+100+25}{5} = 50$

B3. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{50}}{15} = \frac{\sqrt{25 \cdot 2}}{15} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Έστω $CV \leq 0,1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{3} \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot 10 \leq 3 \Leftrightarrow$ (υψώνω και τα δύο μέλη στο τετράγωνο) $\Leftrightarrow 2 \cdot 100 \leq 9$,
δεν ισχύει άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f'(x) = (x^3 - 9x^2 + \alpha x + 1)' = 3x^2 - 18x + \alpha$

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (1)^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = 0 \Leftrightarrow 3 - 18 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 15$$

Γ2. Για $\alpha = 15$ $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ και $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$

Έστω $y = \lambda x + \beta$ η εφαπτομένη

$$\lambda = f'(2) \Leftrightarrow \lambda = 3 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 15 \Leftrightarrow \lambda = -9$$

$$f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 1 = 8 - 36 + 30 + 1 = 3$$

To $(2, 3) \in$ στην εφαπτομένη $y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow 3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow 24 = \beta$

H εφαπτομένη είναι $y = -9x + 21$

Γ3. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 18x + 15 = 0 \stackrel{(3)}{\Leftrightarrow} x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x = 5 \text{ ή } x = 1$$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$				

Για $x \in (-\infty, 1]$ η f είναι γν. αύξουσα

Για $x \in [1, 5]$ η f είναι γν. φθίνουσα

Για $x \in [5, +\infty)$ η f είναι γν. αύξουσα

Για $x = 1$ το $f(1) = 8$ είναι Τ.Μ

Για $x = 5$ το $f(5) = -24$ είναι Τ.Ε.

Γ4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 18x + 15}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x-15)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-15}{x+1} = \frac{-12}{2} = -6$

ΘΕΜΑ Δ

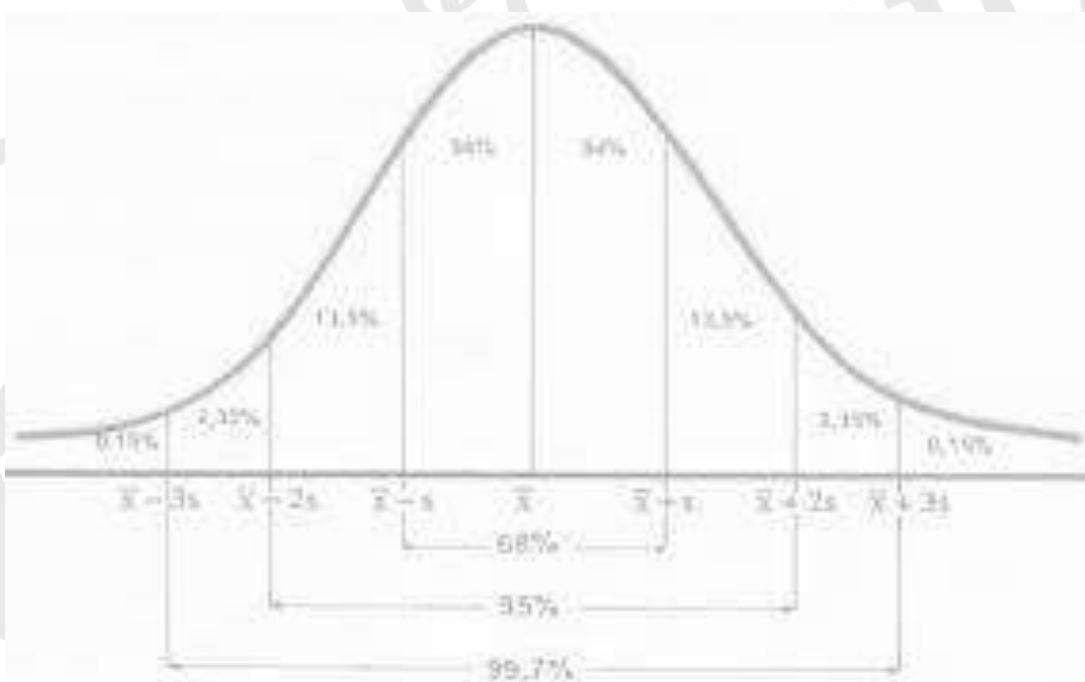
Δ1. Πρέπει $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, $x \in R - \{-1\}$

$$f'(x) = \frac{x' \cdot (x+1) - x \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\Delta 2. f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{9} \text{ και } f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Οπότε } \bar{x} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9}} = 9 \text{ και } s = \frac{\frac{1}{4}}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Δ3.



Εφόσον $\bar{x} = 9$ και $s = 2$

Από $5 = \bar{x} - 2s$ έως $11 = \bar{x} + s$ είναι το $68\% + 13,5\% = 81,5\%$

100%	2000
81,5%	x

$$\frac{100}{81,5} = \frac{2000}{x} \Leftrightarrow 100 \cdot x = 2000 \cdot 81,5 \Leftrightarrow x = \frac{2000 \cdot 81,5}{100} \Leftrightarrow x = 20 \cdot 81,5 = 1630 \text{ μαθητές}$$

Πάνω από $15 = \bar{x} + 3s$ είναι το 0,15%

$$\text{Ανάλογα } \frac{100}{0,15} = \frac{2000}{x} \Leftrightarrow 100 \cdot x = 0,15 \cdot 2000 \Leftrightarrow 100x = 300 \Leftrightarrow x = 3$$

Δ4. Οι παρατηρήσεις γίνονται $y = x + 3$, οπότε $\bar{y} = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = 12$

και $s_y = s_x = 2$